宁波市 2014 年高考模拟考试
数学（文科）参考答案

说明：

一、本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容制订相应的评分细则．

二、对计算题，当考生的题答在某一步出现错误时，如果后续部分的解答未改变该题的内容与难度，可视影响的程度决定后续部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后续部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

四、只给整数分数．选择题和填空题不给中间分．

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算．每小题 5 分，满分 50 分．

（1）A　（2）B　（3）C　（4）B　（5）A

（6）C　（7）D　（8）C　（9）D　（10）B

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算．每小题 4 分，满分 28 分．

（11）700　（12）$\dfrac{9}{25}$　（13）-2　（14）2

（15）27π　（16）①③　（17）$(-\infty,-3]\cup\left[\dfrac{5}{2},+\infty\right)$

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

（18）（本小题满分 14 分）

解：（I）由 $\cos B=\dfrac{11}{14}$，得 $\sin B=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$，　……………………1 分

又 $2\sqrt{3}a\sin B=5c$，代入得 $3a=7c$，

由 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，得 $3\sin A=7\sin C$，　……………………3 分

$3\sin A=7\sin(A+B)$，　$3\sin A=7\sin A\cos B+7\cos A\sin B$　…………5 分

得 $\tan A=-\sqrt{3}$，　$A=\dfrac{2\pi}{3}$　……………………7 分

（II）$AB^2+BD^2-2AB\bullet BD\cos B=\dfrac{19}{4}$，　……………………9 分

$c^2+(\dfrac{7}{6}c)^2-2c\bullet\dfrac{7}{6}c\bullet\dfrac{11}{14}=\dfrac{19}{4}$，$c=3$，则 $a=7$　……………………11 分

$S=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\bullet3\bullet7\dfrac{5\sqrt{3}}{14}=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$　……………………14 分

（19）（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）由题意，$\begin{cases} a_1+d=8 \\ 4a_1+6d=40 \end{cases}$，得$\begin{cases} a_1=4 \\ d=4 \end{cases}$，$\therefore a_n=4n$． …………3 分

$\because T_n-2b_n+3=0$，$\therefore$当$n=1$时，$b_1=3$，

当$n\ge 2$时，$S_{n-1}-2b_{n-1}+3=0$，两式相减，得$b_n=2b_{n-1},(n\ge 2)$

数列$\{b_n\}$为等比数列，$\therefore b_n=3\cdot 2^{n-1}$． …………7 分

（Ⅱ）$c_n=\begin{cases} 4n & n\text{为奇数} \\ 3\cdot 2^{n-1} & n\text{为偶数} \end{cases}$．

$P_{2n+1}=(a_1+a_3+\cdots+a_{2n+1})+(b_2+b_4+\cdots+b_{2n})$ ……………8 分

$=\dfrac{[4+4(2n+1)\cdot(n+1)]}{2}+\dfrac{6(1-4^n)}{1-4}$ ……………12

分

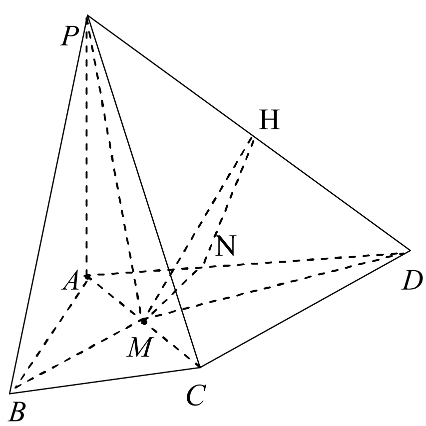
$=2^{2n+1}+4n^2+8n+2$ ……………14 分

（20）（本题满分 14 分）

（Ⅰ）证明：$\because \Delta ABC$ 为等边三角形，M 为 AC 的中点，$\therefore BM\perp AC$．

又$\because AC\perp CD$，$\therefore$在平面$ABCD$中，有$BM \parallel CD$． ……………3 分

又$\because CD\subset$平面$PCD, BM\not\subset$平面PCD，$\therefore BM\parallel$平面PCD． ……5 分



（Ⅱ）解：$\because PA\perp$平面$ABCD, CD\subset$平面$ABCD$,

$\therefore PA\perp \mathrm{CD}$，又$\because AC\perp CD$，

$PA\cap AC=A, \therefore CD\perp$平面$PAC$．

$\therefore$直线PD与平面PAC所成角为$\angle DPC$

……………7 分

在$\mathrm{Rt}\Delta PCD$中，$\tan\angle DPC=\dfrac{CD}{PC}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$．

设$AP=AB=a$，则$AC=a, PC=\sqrt{2}a$

$\therefore CD=\dfrac{\sqrt{6}}{2}PC=\sqrt{3}a$

在RtΔACD中，AD^2=AC^2+CD^2=$4a^2$,$\therefore AD=2a$. ……………9 分

$\because PA\perp$平面$ABCD$,$\therefore$平面PAD$\perp$平面$ABCD$.

在RtΔACD中，过M作$MN\perp AD$.

又$\because$平面$ABCD\cap$平面PAD=AD,$MN\subset$平面$ABCD$,

$\therefore MN\perp$平面PAD.

在平面PAD中，过N作$NH\perp PD$，连结MH，则$PD\perp$平面MNH .

$\therefore \angle MHN$为二面角$A-PD-M$ 的平面角. ……………12 分

在RtΔACD中，MN=$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$, AN=$\dfrac{1}{4}a$, ND=$\dfrac{7}{4}a$,

$\therefore \dfrac{NH}{PA}=\dfrac{DN}{PD}$, $\therefore NH=\dfrac{PA\cdot DN}{PD}=\dfrac{7}{4\sqrt{5}}a$

$\therefore \tan\angle MHN$=$\dfrac{MN}{NH}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{4}a}{\frac{7}{4\sqrt{5}}a}=\dfrac{\sqrt{15}}{7}$ ，

$\therefore$二面角$A-PD-M$ 的正切值为$\dfrac{\sqrt{15}}{7}$. ……………………14 分

（21）（本题满分 15 分）

解:（Ⅰ）$f'(x)=3x^2-\dfrac{3a}{2}=3(x^2-\dfrac{a}{2})$， ……………2 分

当$a\le 0$时， $f'(x)\ge 0$，$f(x)$在$\left[-1,1\right]$上递增; ……………3 分

当$0<a<2$时，$f(x)$在$\left[-1,-\sqrt{\dfrac{a}{2}}\right),\left(\sqrt{\dfrac{a}{2}},1\right]$上递增，在$\left(-\sqrt{\dfrac{a}{2}},\sqrt{\dfrac{a}{2}}\right)$上递减;

……………5 分

当$a\ge 2$时，$f'(x)\le 0$，$f(x)$在$\left[-1,1\right]$上递减. ……………6 分

(Ⅱ) 当$0<a<2$时，$f(x)$在$\left[-1,-\sqrt{\frac{a}{2}}\right),\left(\sqrt{\frac{a}{2}},1\right]$上递增，在$\left(-\sqrt{\frac{a}{2}},\sqrt{\frac{a}{2}}\right)$上递减.

$$f(1)=1-\frac{3}{2}a+a^2=(a-\frac{3}{4})^2+\frac{7}{16}>0, f(-\sqrt{\frac{a}{2}})=a\sqrt{\frac{a}{2}}+a^2>0,$$

$$f(-1)=-1+\frac{3}{2}a+a^2=\frac{1}{2}(2a-1)(a+2), f(\sqrt{\frac{a}{2}})=a^2-a\sqrt{\frac{a}{2}}=a\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{\frac{1}{2}}).$$

………9 分

①$0<a<\frac{1}{2}$时，

$$f(-1)<0, f(\sqrt{\frac{a}{2}})<0, |f(x)|_{\max}=\max\left\{-f(-1), f(-\sqrt{\frac{a}{2}}),-f(\sqrt{\frac{a}{2}}), f(1)\right\}.$$

而$-f(-1)=1-\frac{3}{2}a-a^2$， $f(-\sqrt{\frac{a}{2}})=a\sqrt{\frac{a}{2}}+a^2$，

$-f(\sqrt{\frac{a}{2}})=-a^2+a\sqrt{\frac{a}{2}}$， $f(1)=1-\frac{3}{2}a+a^2$.

显然$-f(-1)<f(1)$， $-f(\sqrt{\frac{a}{2}})<f(-\sqrt{\frac{a}{2}})$，

所以只需比较$f(-\sqrt{\frac{a}{2}})$与$f(1)$的大小.

$$f(-\sqrt{\frac{a}{2}})-f(1)=a\sqrt{\frac{a}{2}}+\frac{3}{2}a-1.$$

$\because g(a)=a\sqrt{\frac{a}{2}}+\frac{3}{2}a-1$在$(0,+\infty)$上单调递增，而$g(\frac{1}{2})=0$.

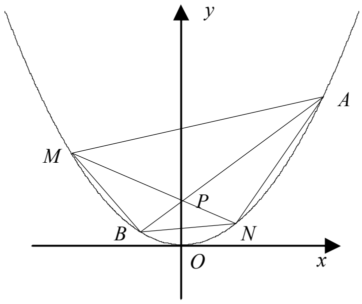
$\therefore 0<a<\frac{1}{2}$时， $f(-\sqrt{\frac{a}{2}})<f(1)$， $|f(x)|_{\max}=f(1)=1-\frac{3}{2}a+a^2$.   ………12 分

②$\frac{1}{2}\le a<2$时， $f(-1)\ge 0, f(\sqrt{\frac{a}{2}})\ge 0, |f(x)|_{\max}=\max\left\{f(-\sqrt{\frac{a}{2}}), f(1)\right\}$.

$$f(-\sqrt{\frac{a}{2}})-f(1)=a\sqrt{\frac{a}{2}}+\frac{3}{2}a-1\ge 0,|f(x)|_{\max}=f(-\sqrt{\frac{a}{2}})=a\sqrt{\frac{a}{2}}+a^2$$ ………15 分

综上所述，$|f(x)|_{\max}=\begin{cases}1-\frac{3}{2}a+a^2,0<a<\frac{1}{2}\\ a\sqrt{\frac{a}{2}}+a^2\quad ,\frac{1}{2}\le a<2\end{cases}$

（22）（本小题满分 15 分）



解：（Ⅰ）$2-(-\frac{p}{2})=3,\therefore p=2,\therefore x^2=4y$.

………5 分

（Ⅱ）$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),M(x_3,y_3),N(x_4,y_4)$

$l_1: y=k_1x+2$，与抛物线 $x^2=4y$ 联立可得

$x^2-4k_1x-8=0$， $\therefore\begin{cases}x_1+x_2=4k_1\\ x_1x_2=-8\end{cases}$，

$|AB|=\sqrt{1+k_1^2}\,|x_1-x_2|=4\sqrt{(1+k_1^2)(k_1^2+2)}$， $k_1\in R且k_1\ne 0$. ……………10 分

设点 M,N 到直线 l_1 的距离分别为 $h_1和h_2$，

$$h_1+h_2=\frac{|k_1x_3-y_3+2|}{\sqrt{1+k_1^2}}+\frac{|k_1x_4-y_4+2|}{\sqrt{1+k_1^2}}=\frac{|(k_1x_3-y_3)-(k_1x_4-y_4)|}{\sqrt{1+k_1^2}}$$

$$=\frac{|(k_1x_3-k_1x_4)-(y_3-y_4)|}{\sqrt{1+k_1^2}}.$$

$y_3=k_2x_3+2,y_4=k_2x_4+2$， $y_3-y_4=k_2(x_3-x_4)$.

$$h_1+h_2=\frac{|(k_1x_3-k_1x_4)-(y_3-y_4)|}{\sqrt{1+k_1^2}}=\frac{|x_3-x_4||k_1-k_2|}{\sqrt{1+k_1^2}}.$$

同理可得 $x^2-4k_2x-8=0$， $|x_3-x_4|=\sqrt{(x_3+x_4)^2-4x_3x_4}=4\sqrt{k_2^2+2}$

$$h_1+h_2=\frac{4|k_1-k_2|\sqrt{k_2^2+2}}{\sqrt{1+k_1^2}}.$$ ……………12 分

$$S_{AMBN}=\frac{1}{2}|AB|(h_1+h_2)=8\sqrt{(k_1^2+2)(k_2^2+2)}\cdot|k_1-k_2|$$

$$=8\sqrt{\left[2(k_1^2+k_2^2)+k_1^2k_2^2+4\right](k_1^2+k_2^2-2k_1k_2)}$$

$\because k_1k_2=-\frac{3}{4},\therefore S_{AMBN}=8\sqrt{\left[2(k_1^2+k_2^2)+\frac{9}{16}+4\right](k_1^2+k_2^2+\frac{3}{2})}$

设$t=k_1^2+k_2^2\ge 2|k_1k_2|=\frac{3}{2}$，$S_{AMBN}=8\sqrt{(2t+\frac{9}{16}+4)(t+\frac{3}{2})}$在$\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$上单调递增，

$S_{AMBN}\ge 8\sqrt{(3+\frac{9}{16}+4)(\frac{3}{2}+\frac{3}{2})}=22\sqrt{3}$，当且仅当

$t=\frac{3}{2}$,即$\{k_1,k_2\}=\{-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\}$时取等号.

$\therefore$四边形$AMBN$面积的最小值为$22\sqrt{3}$.　　　　……………15分